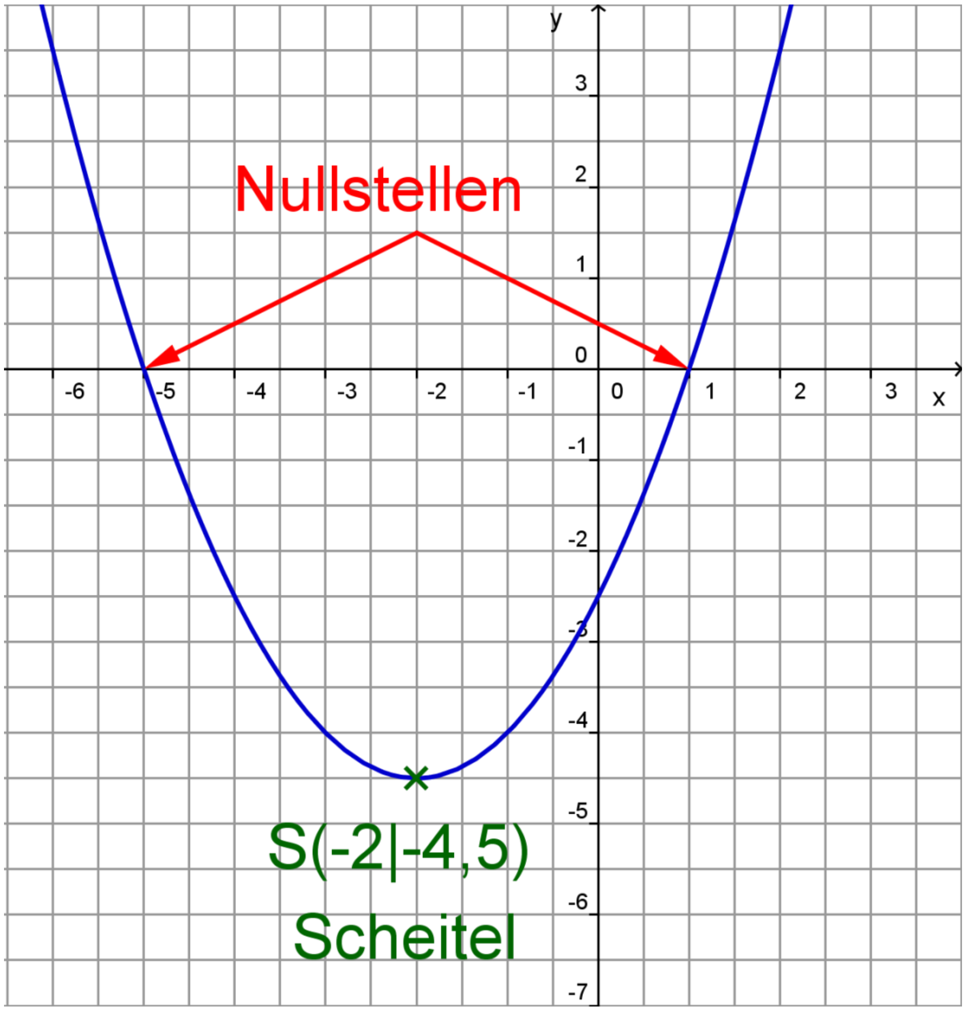
Wdh.: Quadratische Funktionen

Normalform: $f(x) = ax^2 + bx + c$

- **Der Graph einer quadratischen Funktion heißt Parabel.**
- **Der Streckfaktor a bestimmt die Gestalt der Parabel.**
- **Ist |a| = 1, nennt man zugehörigen Graph Normalparabel.**
- **Der tiefste bzw. höchste Punkt der Parabel heißt Scheitel.**
- **Die Schnittstellen mit der x-Achse heißen Nullstellen.**

Bsp.: $f(x) = 0{,}5x^2 + 2x - 2{,}5$



Scheitelform: $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

Durch quadratisches Ergänzen können wir die Normalform in Scheitelform umformen.

Bsp.: $f(x) = 0{,}5x^2 + 2x - 2{,}5$

$= 0{,}5(x^2 + 4x) - 2{,}5$

$= 0{,}5(x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 - 2^2) - 2{,}5$

$= 0{,}5(x + 2)^2 - 4{,}5$

Faktorisierte Form: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Nullstellen sind direkt ablesbar.
Die x-Koordinate des Scheitels liegt in der Mitte zwischen den beiden Nullstellen.

Bsp.: $f(x) = 0{,}5(x + 5)(x - 1)$

Nullstellen sind folglich $x_1 = -5$ und $x_2 = 1$.

Der x-Wert des Scheitels ist $x_S = \frac{-5+1}{2} = -2$

Die y-Koordinate erhält man durch Einsetzen in den Funktionsterm: $y_S = f(x_S) = 0{,}5(-2 + 5)(-2 - 1) = -4{,}5.$

Wdh.: <u>Quadratische Gleichungen</u>

Die Lösungen einer quadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ sind die Nullstellen der zugehörigen quadratischen Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Eine quadratische Gleichung hat folglich entweder genau zwei, eine oder keine Lösung.

Mithilfe der Diskriminante $b^2 - 4ac$ kann man eine Aussage über die <u>Anzahl</u> der Lösungen machen.

Lösen quadratischer Gleichungen:

- Gleichungen ohne konstantes Glied

$$3x^2 - 9x = 0$$

Faktorisieren!

$$3x(x - 3) = 0$$

$$x_1 = 0 \qquad x_2 = 3$$

- Reinquadratische Gleichungen

$$7x^2 - 21 = 0$$

Isoliere x!

$$7x^2 = 21$$

$$x^2 = 3$$

$$x_1 = -\sqrt{3} \qquad x_2 = \sqrt{3}$$

- Allgemeine quadratische Gleichungen

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

Mitternachtsformel! $\mathbf{x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

Tipp: Bestimme zuerst die Diskriminante!

Denn ist sie negativ, so gibt es keine Lösung.

$$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49 > 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = \frac{-3 - 7}{4} = -2{,}5 \qquad x_2 = \frac{-3 + 7}{4} = 1$$

Bemerkung zur Mitternachtsformel:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1/2} = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Der x-Wert des Scheitels ist folglich $x_S = \frac{-b}{2a}$.

Manchmal führt auch der Satz von Vieta schnell zum Ziel.

Voraussetzung: $a = 1$

(Eventuell kann man auch a ausklammern!)

Satz von Vieta:

Das Produkt der Nullstellen ergibt c, d.h. die Nullstellen sind insbesondere Teiler dieser Zahl. Die Summe der beiden Nullstellen ist das Negative der Zahl b.

Bsp.: $x^2 - 5x + 6 = 0$

Lösungen sind $x_1 = 2$ und $x_2 = 3$.

Es gilt tatsächlich: $x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 3 = 6$

$x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5 = -(-5)$